

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba E c)

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățator-educatoare.

- Minden feladat kötelező. Munkaidő 3 óra. Hivatalból jár 10 pont.
- Minden feladat részletes megoldását írd a vizsgalapra!

	I. FELADAT	(30 pont)
5p	1. Számítsd ki: $\log_2 \sqrt{6} - \log_2 \sqrt{3}$.	
5p	2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 5$ függvényt. Számítsd ki: $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot \dots \cdot f(10)$.	
5p	3. Oldd meg valós számok halmazán az $2^{2x+1} - 2^{x+1} = 24$.	
5p	4. Számítsd ki az $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 8\}$ halmaz kételemű részhalmazainak számát!	
5p	5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(3, 4)$ és $B(2, m)$ pontok. Ha a B pont rajta van az $y = 3x + 20$ egyenletű egyenesen, határozd meg az $[AB]$ szakasz felezőpontjának koordinátáit!	
5p	6. Számítsd ki az $E(x) = \cos x + \sin 2x$ számértékét, ha $x = 30^\circ$.	
	II. FELADAT	(30 pont)
	Az $M = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\} \subset \mathbb{R}$ halmazon értelmezzük az $x \circ y = x + y + \sqrt{2}$ műveletet.	
5p	a) Igazold, hogy $x + y \in M$, bármely $x, y \in M$ esetén!	
5p	b) Igazold, hogy $x \cdot y \in M$, bármely $x, y \in M$ esetén!	
5p	c) Határozd meg az $x \in M$ azon értékét, amelyre $x \cdot (1 + \sqrt{2})^2 = 1$.	
5p	d) Ellenőrizd, hogy igaz-e az $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} \circ \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} \in M$ összefüggés!	
5p	e) Igazold, hogy a „ \circ ” művelet asszociatív az M halmazon!	
5p	f) Igazold, hogy a „ \circ ” művelet az M halmazzal csoportot alkot!	
	III. FELADAT	(30 pont)
	Adottak az $M = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $A(a) = M + aI_2$, mátrixok $a \in \mathbb{R}$.	
5p	a) Igazold, hogy $M^2 = M$.	
5p	b) Határozd meg az $A(2010)$ mátrixot!	
5p	c) Határozd meg az $a \in \mathbb{R}$ azon értékét, amelyre $\det(A(a)) = 2$.	
5p	d) Igazold, hogy $A^{-1}(1) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.	
5p	e) Igazold, hogy az $A(a) + (A(a))^t$ mátrix invertálható bármely $a \in \mathbb{Z}$ esetén, ahol $(A(a))^t$ az $A(a)$ mátrix transzponáltja!	
5p	f) Oldd meg az $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ halmazon az $X \cdot A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ mátrixegyenletet!	